

# 洪峰流量与水位不同遭遇条件下的防洪设计\*

陈子燊<sup>1</sup>, 曹深西<sup>2</sup>

(1. 中山大学水资源与环境系, 广东 广州 510275;  
2. 广东省海洋发展规划研究中心, 广东 广州 510220)

**摘要:** 采用 Archimedean Gumbel-Hougaard copula 函数和 Kendall 分布函数分析洪峰流量和洪峰水位联合分布的重现水平。以西江高要水文站 1951 - 2010 年的年最大洪峰流量和相应洪峰水位为例, 计算了二者联合分布下的“或”重现期、“且”重现期和 Kendall 重现期及其最可能的设计值。主要结论如下: ① 洪峰流量和洪峰水位的遭遇条件概率显示存在着多种防洪设计标准; ② 对比“或”联合重现期和“且”重现期, Kendall 重现期更准确地反映了  $Q-H$  组合的风险率; ③ 以出现最大概率原理推算的不同洪峰流量和水位遭遇概率组合的 Kendall 重现期设计值为多种防洪标准选择与风险管理提供了更多的参考依据。

**关键词:** 洪峰流量和水位遭遇概率; “或”重现期; “且”重现期; Kendall 重现期; 多种防洪设计标准

**中图分类号:** X522   **文献标志码:** A   **文章编号:** 0529 - 6579 (2018) 04 - 0092 - 07

## Flood prevention design under different encounter conditions of flood peak flow and water level

CHEN Zhishen<sup>1</sup>, CAO Shenxi<sup>2</sup>

(1. School of Geography and Planning, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China;  
2. Guangdong Center for Marine Development Research, Guangzhou 510220, China)

**Abstract:** The return levels of the joint distribution of flood peak discharges and flood peak water levels were analyzed by Archimedean Gumbel-Hougaard copula and Kendall distribution function in this article. Using the annual maximum flood peak discharges and corresponding flood peak water levels between years 1951 to 2010 at Gaoyao hydrologic station in Xijiang River, the ‘OR’ return period, ‘AND’ return period and Kendall return period with the most likely design quantiles were calculated. The main conclusions of this study can be summarized as follows: ① The conditional probability of flood peak flow and flood water level shows various flood control design standards. ② Compared with the “OR” return periods and “AND” return periods, Kendall return periods more accurately reflect the risk rate of the combination of flood elements. ③ Based on the principle of maximum probability, the calculated design quantiles of Kendall return periods under the different combination condition of flood peak flow and water level can provide more options for flood control standard selection and risk management.

**Key words:** encounter probabilities of peak flows and water levels; ‘OR’ return period; ‘AND’ return periods; Kendall return periods; various flood control design standards

\* 收稿日期: 2017 - 09 - 27

基金项目: 国家自然科学基金 (41371498)

作者简介: 陈子燊 (1952 年生), 男; 研究方向: 工程水文与极端水文气象事件的风险研究; E-mail: eesczs@mail.sysu.edu.cn

全球气候变化增大了各种水文极端事件发生的概率和强度，对江河堤岸和水库大坝等水利工程施工造成了严重威胁。评估变化环境下水文极端事件的风险并提出相应的设计标准是应对洪涝灾害的重要科学与工程风险管理问题。洪水过程是由洪峰流量、洪峰水位、洪水总量和洪水历时等多个特征要素有机组成的一个整体。尽管对多变量洪水频率分析已经有较多的研究<sup>[1-6]</sup>，但对于给定的洪水多变量重现期水平，存在满足防洪标准的无穷多种洪峰、洪量组合，它们构成了一条等值线（或等值面），存在较大的不确定性，如何根据一定的准则科学合理的选择设计值已成为一个难题<sup>[7]</sup>。如何在多变量框架下进行洪水联合设计值估算及风险评估仍然是一个有争议的问题，亟待更深入的探索研究<sup>[8-9]</sup>。

“或”和“且”重现期作为至今最常用的两种多变量重现期定义方法，在安全与危险事件的判定上都存在着较大局限性<sup>[10-11]</sup>。本文根据划分安全与危险临界域的新的多变量重现期 - Kendall 重现期<sup>[12-13]</sup>，通过实例分析洪峰流量与相应水位的 Kendall 重现期与“或”重现期、“且”重现期的危险率差异，以出现最大概率原理推算这三种重现期的同频率联合设计值，进一步按不同洪峰流量与水位的遭遇概率推算 Kendall 重现期的组合设计值，研究结果可为防洪设计标准与风险管理提供更多的参考。

## 1 理论与方法

### 1.1 Copula 函数与首次重现期

根据 Sklar 定理，若  $F(\cdot)$  是一个二维随机变量  $(X, Y)$  的累积分布函数，其边缘分布函数是连续函数  $u = F_X(x), v = F_Y(y)$ ，则有唯一的 Copula 函数  $C$  使得：

$$\begin{aligned} F(x, y) &= P(X \leq x, Y \leq y) = \\ &C(F_X(x), F_Y(y)) = C(u, v) \end{aligned} \quad (1)$$

采用算符“ $\vee$ ”定义“或”极端事件  $E_{XY}^{\vee}$ ： $E_{XY}^{\vee} = \{X > x \vee Y > y\}$ ；以“ $\wedge$ ”定义“且”极端事件  $E_{XY}^{\wedge}$ ： $E_{XY}^{\wedge} = \{X > x \wedge Y > y\}$ ，则极端事件  $E_{XY}^{\vee}$  的“或”联合分布重现期为：

$$T_{\text{OR}} = \frac{1}{P(X > x \vee Y > y)} = \frac{1}{1 - C(F_X(x), F_Y(y))} \quad (2)$$

极端事件  $E_{XY}^{\wedge}$  的“且”联合分布重现期为：

$$T_{\text{AND}} = \frac{1}{P(X \geq x \wedge Y \geq y)} =$$

$$\frac{1}{1 - F_X(x) - F_Y(y) + C(F_X(x), F_Y(y))} \quad (3)$$

“或”重现期和“且”重现期统称为首次重现期（Primary return periods）。

### 1.2 Kendall 分布函数与 Kendall 重现期

从首次重现期可知，不同的  $u, v$  组合只要其出现累积概率（记为  $t$ ）相同都可产生相同的重现期。为解决由“或”首次重现期定义的安全域/危险域存在的误判问题，Salvadori 等<sup>[12]</sup>利用 Nelsen<sup>[14]</sup>定义的 Kendall 分布函数划分出亚临界（安全域）、临界（警戒事件）和超临界（危险域）三种情景。通过求累积概率小于或等于某临界概率（记为  $t$ ）将多维的极值事件投射为一维分布。基于 Copula 函数累积概率  $t$  的  $(u, v)$  组合值，Kendall 分布函数  $K_C$  为<sup>[15]</sup>：

$$K_C(t) = t - \varphi(t)/\varphi'(t), \quad 0 < t \leq 1 \quad (4)$$

式中， $\varphi'(t)$  为  $\varphi(t)$  的右导数。由 Kendall 分布函数确定的重现期称 Kendall 重现期（Kendall return periods）：

$$T_K(x, y) = 1/[1 - K_C(t)] \quad (5)$$

### 1.3 联合分布设计值

多变量联合分布同一个重现期可以有不同的分位数组合与之对应，这些分位数组合无法通过概率分布的反函数直接计算。然而，具有相同重现期  $T_p$  ( $C(u, v) = p$ ) 的分位值组合构成了一个点集等值线  $S_p^{\vee}$ ，设计分位数组合必然存在一个使联合概率密度  $f(u, v)$  达到最大值的组合  $(u_m, v_m)$ ，即该组合出现的可能性最大。因此，在设定重现期条件下出现最大可能组合的设计值可作为工程设计与风险管控标准的合理选择。公式如下：

$$(u_m, v_m) = \underset{(u, v) \in S_p^{\vee}}{\operatorname{argmax}} f(u, v) \quad (6)$$

$$f(u, v) = c(u, v)f(u)f(v) \quad (7)$$

式中， $c(u, v)$  为二维 copula 的概率密度函数。

## 2 实例研究

### 2.1 基本数据

高要水文站是国家级水文控制站，集水面积达 351 535 km<sup>2</sup>。其位于珠江流域广东境内的西江下游，上接广西梧州，下连广东珠三角经济区，处于一个重要的防洪战略位置。按年最大值提取高要水文站 1951 - 2010 年历年洪峰流量  $Q$  (m<sup>3</sup>/s) 和同场洪峰水位  $H$  (m) 作为研究样本。

### 2.2 边缘分布与联合分布

采用 4 种三参数概率分布：皮尔逊三型分布 (PE3)、广义极值分布 (GEV)、广义正态分布

(GNO)、广义逻辑斯特分布 (GLO) 分别拟合洪峰水位和洪峰流量样本。参数估计使用线性矩 (L-矩) 方法。经验频率分布使用 Gringorten 公式。拟合结果采用均方根误差 (RMSE)、和概率点据

相关系数 (PPCC) 检验其拟合优度。根据对表 1 的择优对比, 洪峰水位和洪峰流量序列都选用 GEV 分布。

表 1 洪峰流量和水位的概率分布参数与优度检验值

Table 1 The parameters of the marginal distribution and the values of goodness of fit test

样本	边缘分布	位置参数	尺度参数	形态参数	RMSE	PPCC
$Q/(m^3 \cdot s^{-1})$	GNO	31 300	8 950.6	-0.182	931.7	0.995
	GEV	28 326	8 219.6	0.130	892.5	0.995
	GLO	31 377	5 054.0	-0.089	1 312.3	0.989
	PE3	-1 543	13.5	0.000	913.8	0.995
$H/m$	GNO	9.828	1.88	0.045	0.212	0.993
	GEV	9.160	1.91	0.324	0.201	0.994
	GLO	9.824	1.06	0.022	0.270	0.989
	PE3	37.479	216.57	-7.820	0.212	0.993

洪峰流量  $Q$  和洪峰水位  $H$  的 Kendall 相关系数为 0.709。采用相关性指标法计算 Gumbel-Hougaard (G-H) copula、Frank copula、A-M-H copula 和 Clayton copula 的参数  $\theta$ ,  $\theta$  及相应的 AIC 和 OLS 值见表 2。以 OLS 和 AIC 值最小、拟合度最高的 G-H copula 构建  $Q$  和  $H$  的联合分布模式如下:

$$C(F_Q(q), F_H(h)) = \exp \left\{ - \left[ (-\ln F_Q(q))^{3.437} + (-\ln F_H(h))^{3.437} \right]^{1/3.437} \right\} \quad (8)$$

表 2 Copula 参数估计及拟合优度评价

Table 2 Results of parameter estimation and goodness-of-fit tests for four Copulas

Copula	$\theta$	OLS	AIC
Clayton	4.874	0.022	-196
A-M-H	0.990	0.068	-138
G-H	3.437	0.022	-197
Frank	11.816	0.023	-195

### 2.3 条件概率分布

分析某特定洪峰流量条件下, 出现洪峰水位的概率分布。当给定  $Q \geq q$  时,  $H \geq h$  的条件概率为:

$$P(H \geq h | Q \geq q) = \frac{P(H \geq h, Q \geq q)}{P(Q \geq q)} = \frac{1 - F_H(h) - F_Q(q) + F(q, h)}{1 - F_Q(q)} \quad (9)$$

西江高要站出现概率大于等于 0.2%、0.5%、1%、2%、5%、10% 和 20% (对应重现期分别为

500、200、100、50、20、10 和 5a) 的洪峰流量时, 出现洪峰水位的条件概率  $P(H \geq h | Q \geq q)$  见表 3 和图 1。二者遭遇的条件概率有以下特点: 同频率遭遇的概率超过 77.7%, 主对角线以上二者遭遇的概率则大于 94.9%。当洪峰流量大于等于某一设定频率及其设计值时, 洪峰水位出现大于等于该频率设计值的条件概率随之增大, 以  $Q$  出现大于等于概率  $P_{1\%}$  时的设计洪峰流量 ( $56 775 m^3 \cdot s^{-1}$ ) 为例, 洪峰水位出现大于等于  $P_{1\%}$ 、 $P_{2\%}$ 、 $P_{5\%}$ 、 $P_{10\%}$ 、 $P_{20\%}$  的条件概率分别为 0.783、0.972、0.995、0.999、1.000。表 3 显示, 存在着多种防洪标准的  $Q-H$  组合, 合理地选择其组合设计值有利于洪水风险管理。

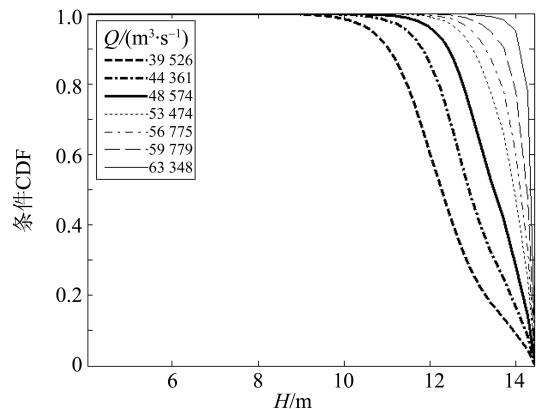


图 1 洪峰流量和洪峰水位联合分布条件概率  
Fig. 1 Conditional probabilities of flood peak discharges and peak levels

2.4 联合分布重现期

期及其危险率 ( $P$ ) 计算结果见图 2 和表 4。

设定重现期标准下  $Q-H$  联合分布的三种重现

表 3  $Q-H$  条件概率  
Table 3 Conditional probabilities of  $Q-H$

$Q/(m^3 \cdot s^{-1})$	$H/m$						
	14.27   $P_{0.2\%}$	14.00   $P_{0.5\%}$	13.73   $P_{1\%}$	13.39   $P_{2\%}$	12.81   $P_{5\%}$	12.21   $P_{10\%}$	11.43   $P_{20\%}$
63 348   $P_{0.2\%}$	0.805	0.962	0.993	0.999	1.000	1.000	1.000
59 779   $P_{0.5\%}$	0.481	0.791	0.955	0.995	0.999	1.000	1.000
56 775   $P_{1\%}$	0.248	0.477	0.783	0.972	0.995	0.999	1.000
53 474   $P_{2\%}$	0.100	0.199	0.389	0.779	0.949	0.990	0.999
48 574   $P_{5\%}$	0.050	0.100	0.199	0.475	0.778	0.949	0.994
44 361   $P_{10\%}$	0.025	0.050	0.100	0.248	0.474	0.777	0.970
39 526   $P_{20\%}$	0.010	0.020	0.040	0.100	0.199	0.388	0.777

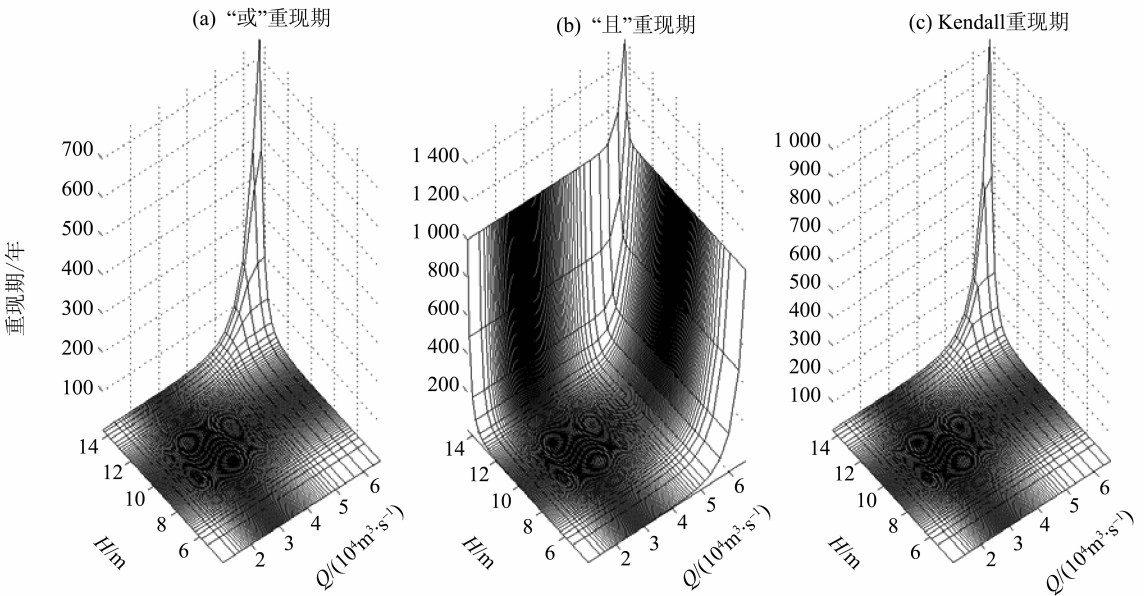


图 2 洪峰流量和洪峰水位联合分布的三种重现期

Fig. 2 The return periods of joint distribution of flood peak discharges and peak levels

表 4 洪峰流量和洪峰水位联合分布的重现期及其危险率

Table 4 Return periods and hazard rates for joint distribution of flood peak discharges and peak levels

$T/a$	$P$	$T_{OR}/a$	$P$	$T_{AND}/a$	$P$	$T_K/a$	$P$
500	0.002	408.8	0.002 4	643.6	0.001 6	576.2	0.001 7
200	0.005	163.6	0.001 0	257.3	0.003 9	230.4	0.004 3
100	0.010	81.8	0.012 2	128.6	0.007 8	115.1	0.008 7
50	0.020	41.0	0.024 4	64.2	0.015 6	57.5	0.017 4
20	0.050	16.4	0.060 8	25.5	0.039 2	22.9	0.043 7
10	0.100	8.3	0.120 9	12.7	0.079 1	11.4	0.088 0
5	0.20	4.2	0.238 9	6.2	0.161 1	5.6	0.178 5

由式 (2)、(3)、(5) 和  $C$  的非递减性可知, 对于设定的某一重现期  $T$ , “或” 重现期、“且” 重现期和 Kendall 重现期符合理论关系<sup>[15]</sup>:  $T_{OR} < T_K < T_{AND}$ 。重现期大则危险率小, 反之则危险率大。由图 2 表 4 可见, 对于设定的重现期, “或” 重现期最小且小于设定的重现期标准, 以任一洪水要素超标可能致灾的“或” 重现期为标准时, 危险率最大, “且” 重现期最大且大于设定的重现期标准, 按两变量洪水要素同时超标的“且” 重现期设计防洪工程时出现的危险率最小。然而, 由于“或” 首次重现期和“且” 首次重现期都存在确定危险率不准确的问题, 如按此两种首次重现期标准设计防洪工程将存在高估或低估风险的问题。基于安全角度考虑, 对两变量洪水任一洪水要素超标致灾的重现期标准宜采用大于“或” 重现期和小于“且” 重现期的 Kendall 重现期更合理。以西江高要站为例, 预定重现期为 200 a 的防洪标准,  $Q$  和  $H$  同频率遭遇情景下任一洪水要素超标即可致灾宜采用 230.4 a 的 Kendall 重现期标准。进一步推算研究期间出现最大洪峰流量  $Q = 54\ 500\ \text{m}^3/\text{s}$  和相

应水位  $H = 12.41\ \text{m}$  组合遭遇的“或” 重现期、“且” 重现期和 Kendall 重现期分别为 12.3、61.9 和 17.1 a, 同样符合理论关系。

## 2.5 洪峰流量和水位设计值

按设定重现期推算高要站的洪峰流量和水位单变量设计值, 以出现概率最大的原理推算  $Q-H$  组合的“或” 重现期、“且” 重现期和 Kendall 重现期设计值以及按  $Q-H$  同频率计算的设计值<sup>[3]</sup> 列于表 5。结果显示, 对于设定的重现期, 按两变量“或” 重现期或同频率推算的洪水设计值存在高估问题, 将导致投入费用偏大; 按两变量“且” 重现期推算的洪水设计值存在低估问题, 导致增大防洪工程损毁风险。按 Kendall 重现期推算的设计洪峰水位和洪峰流量分别小于边缘分布设计值, 二者的相对误差为  $-0.8\% \sim -1.1\%$  和  $-2.1\% \sim -4.1\%$ 。这一结果表明, 按单变量洪水要素频率分析方法已可达到设计洪水安全标准, 但按联合分布的 Kendall 重现期推算的洪水设计值可为防洪工程安全与设计标准提供更坚实的理论依据。

表 5 不同重现期下洪峰流量与洪峰水位设计值<sup>1)</sup>

Table 5 Design quantiles of flood peak discharges and peak levels at different return periods

设计值 $T/a$	边缘分布		“或” 联合分布		“且” 联合分布		Kendall 联合分布		同频率	
	$Q$	$H$	$Q_{OR}$	$H_{OR}$	$Q_{AND}$	$H_{AND}$	$Q_K$	$H_K$	$Q_T$	$H_T$
500	63 348	14.27	64 044	14.32	61 571	14.16	62 833	14.24	64 076	14.32
200	59 779	14.00	60 563	14.07	58 675	13.93	59 219	13.96	60 600	14.07
100	56 775	13.73	57 637	13.82	55 822	13.69	56 106	13.67	57 674	13.82
50	53 474	13.39	54 416	13.50	51 815	13.24	52 751	13.32	54 458	13.50
20	48 574	12.81	49 639	12.96	46 893	12.62	47 755	12.71	49 686	12.95
10	44 361	12.21	45 530	12.40	42 682	11.98	43 478	12.10	45 581	12.39
5	39 526	11.43	40 815	11.67	37 865	11.14	38 612	11.29	40 872	11.66

1)  $Q$  的单位为  $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $H$  的单位为  $\text{m}$ 。

对于给定的重现期水平可能存在多种满足防洪标准的洪峰流量和水位组合, 按出现概率最大的原理进一步推算二者不同重现期组合下的 Kendall 重现期设计值。从表 6 可见二者组合设计值有以下特点: ① 对应于某给定重现期的洪峰流量, 洪峰水位随重现期的减小而降低。当给定重现期的洪峰流量的重现期大于洪峰水位重现期, 洪峰流量趋于定值。根据遭遇的条件概率, 此二者组合设计值出现

可能性非常高; ② 对给定重现期的洪峰水位与小于此重现期的洪峰流量组合时, 洪峰水位以定值出现, 如 200 a 一遇洪峰水位和小于 200 a 重现期的洪峰流量组合时, 其设计值为 13.88 m 的定值。根据条件概率组合可认为主对角线以下出现的二者组合设计值的可能性小; ③ 同频率洪峰流量和洪峰水位组合设计值同表 5 中的 Kendall 重现期设计值。

表 6 洪峰流量与洪峰水位不同重现期组合设计值<sup>1)</sup>

Table 6 The design quantiles of flood peak discharges and peak levels at different return period combinations

T/ a	500		200		100		50		20		10		5	
	Q	H	Q	H	Q	H	Q	H	Q	H	Q	H	Q	H
500	62 833	14. 24	62 233	14. 18	62 135	14. 16	62121	14. 07	62121	13. 83	62121	13. 60	62 121	13. 30
200	60 526	14. 18	59 219	13. 96	58 606	13. 89	58 440	13. 87	58 402	13. 83	58 402	13. 60	58 402	13. 30
100	56 239	14. 18	58 083	13. 88	56 106	13. 67	55 440	13. 59	55 235	13. 56	55 211	13. 60	55 211	13. 30
50	52 309	14. 18	53 228	13. 88	54 865	13. 58	52 751	13. 32	51 916	13. 20	51 792	13. 19	51 769	13. 18
20	46 888	14. 18	47 272	13. 88	47 980	13. 58	49 625	13. 20	47 755	12. 71	46 903	12. 57	46 684	12. 53
10	42 397	14. 18	42 612	13. 88	42 992	13. 58	43 791	13. 20	46 249	12. 55	43 478	12. 10	42 506	11. 91
5	37 354	14. 18	37 484	13. 88	37 710	13. 58	38 167	13. 20	39 650	12. 55	41 868	11. 89	38 612	11. 29

1) Q 的单位为  $m^3 \cdot s^{-1}$ , H 的单位为 m。

### 3 结 论

在分析暴雨洪水时空分布统计特性，如何考虑洪峰流量和洪峰水位联合分布及其重现水平，是一个需要研究和解决的关键科学技术问题，本文应用判断安全与危险临界域的多变量重现期 - Kendall 重现期对此作了新的尝试。基于 Kendall 重现期的洪峰流量与水位联合分布的统计分析有以下结论：

1) 对比洪水联合分布三种特定洪水重现期，相对于“或”联合重现期和“且”联合重现期，Kendall 重现期可更准确地识别单个超临界区域的风险率。

2) 按目前有关规范设计要求的单变量洪水要素设计值基本达到安全标准，按两变量“或”重现期和同频率设计值推算的洪水设计值偏高，工程费用偏大，采用 Kendall 重现期推算的设计洪水值依据更坚实。

3) 基于 Kendall 重现期的洪峰流量与水位不同重现期组合推算的结果非常合理，可为防洪设计与风险管理提供新的选择。本文应用的基于 Kendall 重现期的洪峰流量与水位不同重现期组合推算的分析方法，仍然需要在今后的实践中进一步研究和完善。

### 参考文献：

[1] 谢华, 黄介生. 两变量水文频率分布模型研究述评[J]. 水科学进展, 2008, 19(3): 443-452.  
XIE Hua, HUANG Jiesheng. A review of bivariate hydrological frequency distribution[J]. Advances in Water Science, 2008, 19(3): 443-452.

[2] ZHANG L, SINGH V P. Bivariate flood frequency analysis using the copula method[J]. Journal of Hydrologic Engineering, 2006, 11(2): 150-164.

[3] 肖义, 郭生练, 刘攀, 等. 分期设计洪水频率与防洪标准关系研究[J]. 水科学进展, 2008, 19(1): 54-60.  
XIAO Yi, GUO Shenglian, LIU Pan, et al. Seasonal flood frequency analysis and flood prevention standard[J]. Advances in Water Science, 2008, 19(3): 54-60.

[4] 方彬, 郭生练, 肖义, 等. 年最大洪水两变量联合分布研究[J]. 水科学进展, 2008, 19(4): 505-511.  
FANG Bin, GUO Shenglian, XIAO Yi, et al. Annual maximum flood occurrence dates and magnitudes frequency analysis based on bivariate joint distribution[J]. Advances in Water Science, 2008, 19(4): 505-511.

[5] 熊立华, 郭生练. 两变量极值分布在洪水频率分析中的应用研究[J]. 长江科学院院报, 2004, 21(2): 35-37.  
XIONG Lihua, GUO Shenglian. Application study of a bivariate extremal distribution in flood frequency analysis[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2004, 21(2): 35-37.

[6] 陈子燊, 黄强, 刘曾美. 基于非对称 Archimedean copula 与 kendall 分布函数的三变量洪水风险评估[J]. 水科学进展, 2016, 27(5): 763-771.  
CHEN Zishen, HUANG Qiang, LIU Zengmei. Risk assessment of trivariate flood based on asymmetric Archimedean Copulas[J]. Advances in Water Science, 2016, 27(5): 763-771.

[7] VOLPI E, FIORI A. Design event selection in bivariate hydrological frequency analysis[J]. Hydrological Sciences Journal, 2012, 57(8): 1506-1515.

[8] VOLPI E, FIORI A. Hydraulic structures subject to biva-

- riate hydrological loads; return period, design, and risk assessment[J]. *Water Resources Research*, 2014, 50(2): 885 – 897 .
- [9] 郭生练, 刘章君, 熊立华. 设计洪水计算方法研究进展与评价[J]. *水利学报*, 2016, 47(3): 302 – 314.  
GUO Shenglian, LIU Zhangjun, XIONG Lihua. Advances and assessment on design flood estimation methods[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2016, 47(3): 302 – 314.
- [10] SALVADORI G, de MICHELE C. Frequency analysis via copulas: theoretical aspects and applications to hydrological events [J]. *Water Resources Research*, 2004, 40(12): W12511 – 17.
- [11] 黄强, 陈子燊. 基于二次重现期的多变量洪水风险评估[J]. *湖泊科学*, 2015, 27(2): 352 – 360.  
HUANG Qiang, CHEN Zishen. Multivariate flood risk assessment based on the secondary return period[J]. *J Lake Sci*, 2015, 27(2): 352 – 360.
- [12] SALVADORI G, MICHELE C, DURANTE F. On the return period and design in a multivariate framework [J]. *Hydrology and Earth System Sciences*, 2011, 15: 3293 – 3305.
- [13] SALVADORI G, DURANTE F, de MICHELE C. Multivariate return period calculation via survival functions [J]. *Water Resources Research*, 2013, 49: 2308 – 2311.
- [14] NELSEN R B. An introduction to copulas (springer series in statistics) [M]. New York: Springer, 1999: 216.
- [15] GRALER B, van den BERG M J, VANDENBERGHE S, et al. Multivariate return periods in hydrology: a critical and practical review focusing on synthetic design hydrograph estimation[J]. *Hydrology and Earth System Sciences*, 2013, 17: 1281 – 1296.